9:15
a) $f(x) = \frac{3x-1}{x-1}$ v bodě $x_0 = 2$

Spočítáme tečnu k funkci $f(x)$ v bodě $x_0 = 2$ následovně, víme, že tečna má rovnici obecně danou jako

$$\begin{aligned} y(x) &= f(x_0) + f'(x_0)(x - x_0) \quad \text{resp.}, \\ y(x) &= f'(x_0)x + f(x_0) - f'(x_0)x_0 \quad (\text{ve tvaru } y(x) = ax + b). \end{aligned}$$

Spočítáme si derivaci funkce $f(x)$, ta je v podílovém tvaru, tedy

$$f'(x) = \frac{3 \cdot (x-1) - (3x-1) \cdot 1}{(x-1)^2} = -\frac{2}{(x-1)^2},$$

Nyní dosadíme bod $x_0 = 2$ do předpisu pro $f(x)$ a $f'(x)$, tedy

$$f(2) = 5 \qquad f'(2) = -2.$$

Takže rovnice tečny je (využijme druhý způsob zápisu) potom

$$y(x) = -2x + 5 - (-2) \cdot 2 = -2x + 9.$$

Bod dotyku je $T = [x_0, f(x_0)] = [2, 5]$. Naše zadaná funkce $f(x)$ je lineární lomená funkce takže ji ještě převedeme $f(x)$ do středového tvaru, abychom ji byli schopni nakreslit

$$(3x - 1) : (x - 1) = 3 + \frac{2}{x-1},$$

střed je tedy v bodě S $= [1, 3]$, 1. a 3. kvadrant.

11:00
a) $f(x) = \frac{2x-1}{x+2}$ v bodě $x_0 = -1$

Spočítáme tečnu k funkci $f(x)$ v bodě $x_0 = -1$ následovně, víme, že tečna má rovnici obecně danou jako

$$\begin{aligned} y(x) &= f(x_0) + f'(x_0)(x - x_0) \quad \text{resp.}, \\ y(x) &= f'(x_0)x + f(x_0) - f'(x_0)x_0 \quad (\text{ve tvaru } y(x) = ax + b). \end{aligned}$$

Spočítáme si derivaci funkce $f(x)$, ta je v podílovém tvaru, tedy

$$f'(x) = \frac{2 \cdot (x+2) - (2x-1) \cdot 1}{(x+2)^2} = \frac{5}{(x+2)^2},$$

Nyní dosadíme bod $x_0 = -1$ do předpisu pro $f(x)$ a $f'(x)$, tedy

$$f(-1) = -3 \qquad f'(-1) = 5.$$

Takže rovnice tečny je (využijme druhý způsob zápisu) potom

$$y(x) = 5x - 3 - 5 \cdot (-1) = 5x + 2.$$

Bod dotyku je $T = [x_0, f(x_0)] = [-1, -3]$. Naše zadaná funkce $f(x)$ je lineární lomená funkce takže ji ještě převedeme $f(x)$ do středového tvaru, abychom ji byli schopni nakreslit

$$(2x - 1) : (x + 2) = 2 + \frac{-5}{x - (-2)},$$

střed je tedy v bodě S $= [-2, 2]$, 2. a 4. kvadrant.

Grafy obou funkcí a tečen si můžete vykreslit např. v Desmosu:
`https://www.desmos.com/calculator?lang=en`

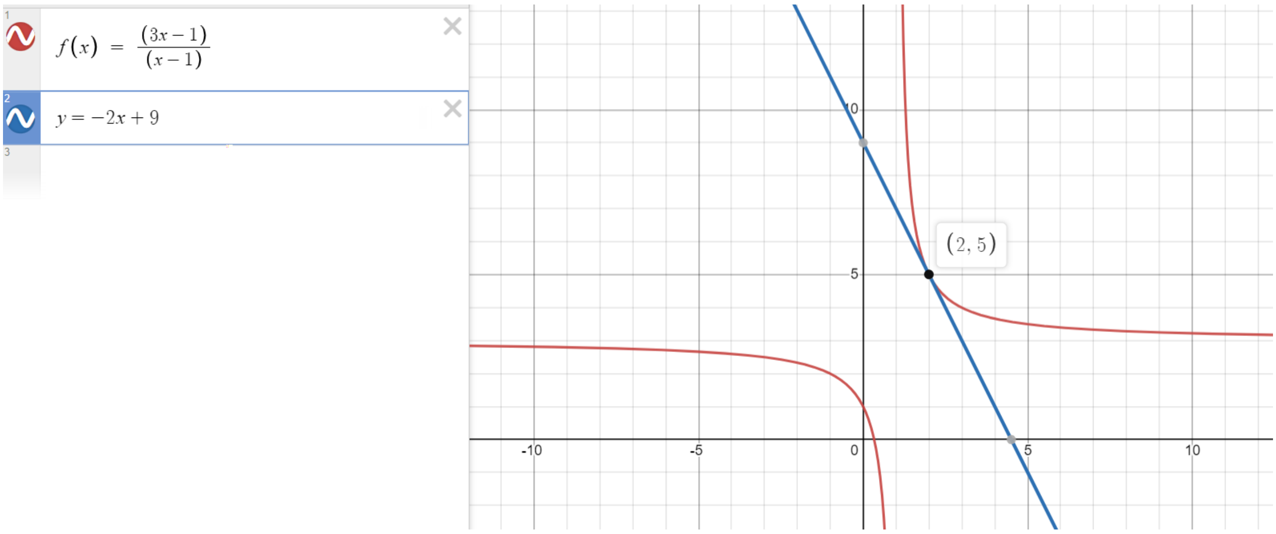

Figure 1: Obrázek k úloze z 9:00

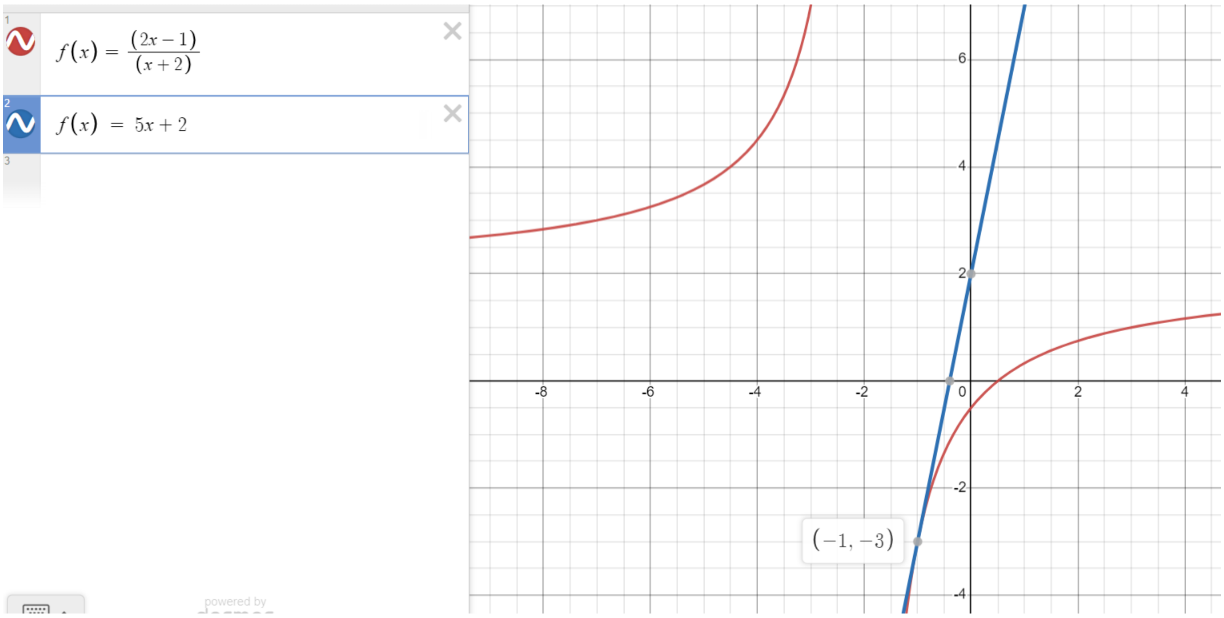

Figure 2: Obrázek k úloze z 11:00