

9:15

a) $f(x) = \sqrt{x^4 + 5x^2}$

b) $f(x) = e^{3-5x} \cdot (x^4 - 3x + 4)$

a) Derivujeme jako složenou funkci (vnější funkcí je odmocnina, vnitřní funkcí je polynom $x^4 + 5x^2$). Tedy

$$f'(x) = \frac{1}{2\sqrt{x^4 + 5x^2}} \cdot (4x^3 + 10x) = \frac{2x^3 + 5x}{\sqrt{x^4 + 5x^2}}.$$

b) Derivuje jako součin dvou funkcí, exponenciály (ta je zároveň funkcí složenou s vnitřní funkcí $3 - 5x$) a polynomu $x^4 - 3x + 4$, tedy

$$\begin{aligned} f'(x) &= (e^{3-5x})' (x^4 - 3x + 4) + e^{3-5x} (x^4 - 3x + 4)' \\ &= e^{3-5x} (-5)(x^4 - 3x + 4) + e^{3-5x} (4x^3 - 3) \\ &= e^{3-5x} (-5x^4 + 15x - 20 + 4x^3 - 3) \\ &= e^{3-5x} (-5x^4 + 4x^3 + 15x - 23). \end{aligned}$$

11:00

a) $f(x) = (3x^2 + 5x)^3$

b) $f(x) = \frac{\ln x}{2x^2 + 5x}$

a) Řešíme jako složenou funkci (vnější funkcí je třetí mocnina, vnitřní funkcí polynom $3x^2 + 5x$), pak

$$\begin{aligned} f'(x) &= 3(3x^2 + 5x)^2 \cdot (6x + 5) \\ &= (9x^4 + 30x^3 + 25x^2) \cdot (18x + 15) \\ &= (162x^5 + 135x^4 + 540x^4 + 450x^3 + 450x^3 + 375x^2) \\ &= (162x^5 + 675x^4 + 900x^3 + 375x^2). \end{aligned}$$

b) Funkce je ve tvaru podílu $f_1(x)/f_2(x)$ s $f_1(x) = \ln x$ a $f_2(x) = 2x^2 + 5x$, potom derivace je

$$\begin{aligned} f'(x) &= \frac{\frac{1}{x} \cdot (2x^2 + 5x) - (4x + 5) \ln x}{(2x^2 + 5x)^2} \\ &= \frac{2x + 5 - \ln x(4x + 5)}{4x^4 + 20x^3 + 25x^2} \end{aligned}$$