9:15

a) $f(x) = \frac{x^2-x-2}{6-2x}$.

Nejdříve určíme definiční obor $D_f = \mathbb{R} - \{3\}$. Nyní určíme limity v krajních bodech definičního oboru, začněme s nekonečny

$$\begin{aligned}\lim_{x\to+\infty}\frac{x^2-x-2}{6-2x} &\overset{\text{F1}}{=} \lim_{x\to+\infty}\frac{x}{x}\frac{x-1-2/x}{6/x-2}\\ &\overset{\text{VOAL}}{=} \frac{\lim_{x\to+\infty}(x-1-2/x)}{\lim_{x\to+\infty}(6/x-2)}\\ &= +\infty/(-2)\\ &= -\infty\,,\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\lim_{x\to-\infty}\frac{x^2-x-2}{6-2x} &\overset{\text{F1}}{=} \lim_{x\to-\infty}\frac{x}{x}\frac{x-1-2/x}{6/x-2}\\ &\overset{\text{VOAL}}{=} \frac{\lim_{x\to-\infty}(x-1-2/x)}{\lim_{x\to-\infty}(6/x-2)}\\ &= -\infty/(-2)\\ &= +\infty\,.\end{aligned}$$

Teď jednostranné limity pro $x = 3$, takže

$$\lim_{x\to3^+}\frac{x^2-x-2}{6-2x} = \frac{4}{0^-} = -\infty\,,$$

$$\lim_{x\to3^-}\frac{x^2-x-2}{6-2x} = \frac{4}{0^+} = +\infty\,.$$

Průsečíky pak jednoduše spočítáme klasickým postupem, pro P_y polož $x = 0$, získáme $P_y = [0, -1/3]$. Analogicky pro P_x polož $y = 0$, takže řešíme $x^2 - x - 2 = 0$, což je kvadratická rovnice s kořeny $x_1 = -1$ a $x_2 = 2$, průsečíky s osou x jsou tedy dva, a sice $P_{x1} = [-1, 0]$ a $P_{x2} = [2, 0]$.

11:00

b) $f(x) = \frac{x^2+4x-5}{2x+2}$.

Nejdříve určíme definiční obor $D_f = \mathbb{R} - \{-1\}$. Nyní určíme limity v krajních bodech definičního oboru, začněme s nekonečny

$$\begin{aligned}\lim_{x\to+\infty}\frac{x^2+4x-5}{2x+2} &\overset{\text{F1}}{=} \lim_{x\to+\infty}\frac{x}{x}\frac{x+4-5/x}{2+2/x}\\ &\overset{\text{VOAL}}{=} \frac{\lim_{x\to+\infty}(x+4-5/x)}{\lim_{x\to+\infty}(2+2/x)}\\ &= +\infty\,,\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\lim_{x\to-\infty}\frac{x^2+4x-5}{2x+2} &\overset{\text{F1}}{=} \lim_{x\to-\infty}\frac{x}{x}\frac{x+4-5/x}{2+2/x}\\ &\overset{\text{VOAL}}{=} \frac{\lim_{x\to-\infty}(x+4-5/x)}{\lim_{x\to-\infty}(2+2/x)}\\ &= -\infty\,.\end{aligned}$$

Teď jednostranné limity pro $x = -1$, takže

$$\lim_{x\to-1^+}\frac{x^2+4x-5}{2x+2} = \frac{-8}{0^+} = -\infty\,,$$

$$\lim_{x\to-1^-}\frac{x^2-x-2}{6-2x} = \frac{-8}{0^-} = +\infty\,.$$

Průsečíky pak jednoduše spočítáme klasickým postupem, pro P_y polož $x = 0$, získáme $P_y = [0, -5/2]$. Analogicky pro P_x polož $y = 0$, takže řešíme $x^2 + 4x - 5 = 0$, což je kvadratická rovnice s kořeny $x_1 = 1$ a $x_2 = -5$, průsečíky s osou x jsou tedy dva, a sice $P_{x1} = [1, 0]$ a $P_{x2} = [-5, 0]$.

Grafy obou funkcí si můžete vykreslit např. v Desmosu:
`https://www.desmos.com/calculator?lang=en`