9:15

a) $\lim_{n\to+\infty} \frac{-2(6+4n)}{(n+2)^2-(n-3)^2}$.

Nejdříve upravíme jmenovatel pomocí vzorce $(a+b)^2 = a^2+2ab+b^2$. rsp. $(a-b)^2 = a^2-2ab+b^2$, dostame

$$\lim_{n\to+\infty} \frac{-2(6+4n)}{(n^2+4n+4)-(n^2-6n+9)} = \lim_{n\to+\infty} \frac{-12-8n}{10n-5} .$$

Nyní aplikujeme Fintu 1 a z čitatele i jmenovatele vytkneme n, potom

$$\lim_{n\to+\infty} \frac{n}{n}\frac{-8-\frac{12}{n}}{10-\frac{5}{n}} \overset{\text{VOAL}}{=} \frac{\lim_{n\to+\infty} 8-12/n}{\lim_{n\to+\infty} 10-5/n} = -8/10 = -4/5\,,$$

kde jsme využili toho, že $\lim_{n\to+\infty} 5/n = 0$ a $\lim_{n\to+\infty} 12/n = 0$, vidíme, že posloupnost konverguje, a tedy že limita je vlastní.

9:15

a) $\lim_{n\to+\infty} \frac{n^2+4n+7}{(n-2)^2-(n+3)^2}$.

$$\lim_{n\to+\infty} \frac{n^2+4n+7}{(n^2-4n+4)-(n^2+6n+9)} = \lim_{n\to+\infty} \frac{n^2+4n+7}{-10n-5} .$$

Nyní aplikujeme Fintu 1 a vytkneme z čitatele n^2 a z jmenovatele n, potom

$$\begin{aligned}\lim_{n\to+\infty} \frac{n^2}{n}\frac{1+\frac{4}{n}+\frac{7}{n^2}}{-10-\frac{5}{n}} &\overset{\text{VOAL}}{=} \lim_{n\to+\infty} n \cdot \lim_{n\to+\infty} \frac{1+\frac{4}{n}+\frac{7}{n^2}}{-10-\frac{5}{n}} \\ &= +\infty\cdot(-1/10) \\ &= -\infty\,,\end{aligned}$$

kde jsme využili toho, že $\lim_{n\to+\infty} 4/n = 0$, $\lim_{n\to+\infty} 5/n = 0$ a $\lim_{n\to+\infty} 7/n^2 = 0$. Vidíme, že posloupnost diverguje a limita je tedy nevlastní.

Všimněte si, jak násobení nekonečna záporným číslem změnilo změnilo výsledek z $+\infty$ na $-\infty$.