9:15
a) $\log_{10}(x+2) + \log_{10}(x-7) = 2\log_{10}(x-4)$

Na pravé straně použijeme identitu $\log x^n = n \log x$ a na levé straně pak použijeme identitu o tom, že součet logaritmů lze zapsat jako logaritmus součinu argumentů dílčích logaritmů (tj. $\log(x \cdot y) = \log x + \log y$), pak dostaneme

$$\log_{10}\left[(x+2)(x-7)\right] = \log_{10}(x-4)^2\,,$$

Nyní máme na obou stranách logaritmus o stejném základu, můžeme dát do rovnosti argumenty, tedy

$$(x+2)(x-7) = (x-4)^2 \quad \rightarrow \quad x^2 - 7x + 2x - 14 = x^2 - 8x + 16\,,$$

$$3x = 30 \quad \rightarrow \quad x = 10\,.$$

Ještě se musíme podívat na definiční obor, ve kterém rovnice dává smysl. Z logaritmů na levé straně plyne $x > -2$ and $x > 7$. Na pravé straně logaritmus dává $x > 4$. Spojíme-li tyto restrikce dohromady, vidíme, že $x \in (7, \infty)$, aby rovnice dávala smysl. Nalezené řešení $x = 10$ do tohoto intervalu spadá.

11:00
a) $\sqrt[2x+4]{4^{x+8}} = \sqrt[4]{64}$

Abychom vyřešili exponenciální rovnice, musíme obě strany převést na stejný základ. Nejdříve použijeme vzorce $\sqrt[c]{a^b} = a^{b/c}$, pak

$$4^{\frac{x+8}{2x+4}} = 64^{1/4}\,,$$

nyní přepíšeme $4 = 2^2$ a použijeme vzorce $(a^b)^c = a^{b \cdot c}$ a uvědomíme si, že $64 = 8 \cdot 8 = 2^3 \cdot 2^3 = 2^6$. Pak

$$2^{2\frac{x+8}{2x+4}} = 2^{6/4}\,.$$

Nyní máme stejný základ (exponent 2) na obou stranách, můžeme porovnat exponenty, tedy

$$2\frac{x+8}{2x+4} = \frac{6}{4}\,,$$

$$\frac{x+8}{x+2} = \frac{3}{2}\,,$$

$$x + 8 = \frac{3}{2}(x+2) \quad \rightarrow \quad 5 = \frac{1}{2}x \quad \rightarrow \quad x = 10\,.$$

Za povšimnutí stojí, že výraz nemá smysl pro $x = -2$.