

9:15

a) $f(x, y) = x^2 - x + xy - 2y^3 + 4y^2 - 2y$

Spočítáme parciální derivace a položíme je nule

$$\begin{aligned}\frac{\partial f}{\partial x} &= 2x - 1 + y = 0, \\ \frac{\partial f}{\partial y} &= x - 6y^2 + 8y - 2 = 0.\end{aligned}$$

Například z druhé rovnice vyjádříme $x = 6y^2 - 8y + 2$ a dosadíme do rovnice první, potom

$$\begin{aligned}12y^2 - 16y + 4 - 1 + y &= 0, \\ 12y^2 - 15y + 3 &= 0.\end{aligned}$$

Řešení této kvadratické rovnice jsou $y_1 = 1$ a $y_2 = \frac{1}{4}$. Pak dopočítáme jednoduše korespondující x -ka, tedy $x_1 = 0$ a $x_2 = \frac{3}{8}$. Stacionárními body jsou tedy $[0, 1]$ a $[\frac{3}{8}, \frac{1}{4}]$.

11:00

b) $f(x, y) = 2x^3 + 6x^2 + 2x + y^2 + 2xy + 2y$

Spočítáme parciální derivace a položíme je nule

$$\begin{aligned}\frac{\partial f}{\partial x} &= 6x^2 + 12x + 2 + 2y = 0, \\ \frac{\partial f}{\partial y} &= 2y + 2x + 2 = 0.\end{aligned}$$

Například z druhé rovnice vyjádříme $2y = -2x - 2$ a dosadíme do rovnice první, potom

$$\begin{aligned}6x^2 + 12x + 2 - 2x - 2 &= 0, \\ 6x^2 + 10x &= 0, \\ x(6x + 10) &= 0.\end{aligned}$$

Z toho vidíme, že řešeními jsou $x_1 = 0$ a $x_2 = -5/3$. Korespondující y -ka pak jsou $y_1 = -1$ a $y_2 = \frac{2}{3}$. Stacionárními body jsou $[0, -1]$ a $[-\frac{5}{3}, \frac{2}{3}]$.