DU 918

Nechť $f(x) = x^3 - 2x^2 - 13x + d$. Pro která $d \in \mathbb{R}$ má f tečnu $y = 2x + 2$ (a ve kterých bodech)?

Víme, že tečna má obecný tvar:

$$y(x) = f(x_0) + f'(x_0)(x - x_0)$$

rádi bychom ji porovnali s $y = 2x + 2$

$\hookrightarrow$ UPRAV do tvaru $y(x) = ax + b$

$$\hookrightarrow y(x) = f(x_0) + f'(x_0)x - f'(x_0)x_0$$

$$= \underbrace{f'(x_0)}_{\sim a \,=\, \text{směrnice}} x + \underbrace{f(x_0) - f'(x_0)x_0}_{\sim b \,=\, \text{absolutní člen}}$$

Porovnáním s $y = 2x + 2$, vidím:

$$f'(x_0) = 2 \qquad (1)$$

$$f(x_0) - f'(x_0)x_0 = 2 \qquad (2)$$

Spočítejme derivaci $f'(x)$:

$$f'(x) = 3x^2 - 4x - 13$$

dosaď bod x_0:

$$f'(x_0) = 3x_0^2 - 4x_0 - 13 \overset{!}{=} 2$$

MUSÍ SE ROVNAT 2

$$3x_0^2 - 4x_0 - 15 = 0$$

$$x_{0_{1,2}} = -\frac{5}{3}, 3$$

(řešíme kvadratickou rovnici)

Pro obě řešení:

$x_{01} = 3$

$$f(x_{01}) - f'(x_{01}) \cdot x_{01} = 2$$

$$f(3) = 3^3 - 2 \cdot 3^2 - 13 \cdot 3 + d$$

$$f'(3) = 3 \cdot 3^2 - 4 \cdot 3 - 13$$

Vyřešením rovnice pro $\underline{\underline{d}}$, zjistíte:

$$d = 38$$

To samé pro $x_{02} = -\frac{5}{3}$!

Př. $f(x) = \ln(x) \cdot \sqrt{x}$

$$\lim_{x \to 0+} f(x) = \lim_{x \to 0+} \ln(x) \cdot \sqrt{x} = \lim_{x \to 0+} \frac{\ln x}{\frac{1}{\sqrt{x}}} \overset{L'H}{=} \lim_{x \to 0+} \frac{\frac{1}{x}}{\frac{\cancel{1} - \frac{1}{2\sqrt{x}}}{x}}$$

$+\infty \cdot 0$

nedefinováno

typ $\frac{+\infty}{+\infty}$ OVĚŘ

derivuji jako podíl

(můžete derivovat jako $x^{-1/2}$ samozřejmě)

$$= \lim_{x \to 0+} \frac{\frac{1}{x}}{\frac{-\frac{1}{2\sqrt{x}}}{x}} = \lim_{x \to 0+} -2\sqrt{x} = \underline{\underline{0}}.$$