

9:15

MINITEST 4

$$\lim_{u \rightarrow +\infty} \frac{(u+4)^2 - (u-1)^2}{u^2 + 5u + 3} = \lim_{u \rightarrow +\infty} \frac{u^2 + 8u + 16 - (u^2 - 2u + 1)}{u^2 + 5u + 3} =$$

$$= \lim_{u \rightarrow +\infty} \frac{u^2 + 8u + 16 - u^2 + 2u - 1}{u^2 + 5u + 3} = \lim_{u \rightarrow +\infty} \frac{10u + 15}{u^2 + 5u + 3} =$$

$$(F1) \lim_{u \rightarrow +\infty} \frac{u(10 + \frac{15}{u})}{u(u + 5 + \frac{3}{u})} \stackrel{\text{VOAL}}{=} \frac{\lim_{u \rightarrow +\infty} (10 + \frac{15}{u})}{\lim_{u \rightarrow +\infty} (u + 5 + \frac{3}{u})} = \frac{10}{+\infty} \rightarrow 0$$

stejný čitatel jako n-1

12:45

$$\lim_{u \rightarrow +\infty} \frac{(u+4)^2 - (u-1)^2}{2u + 6} = \lim_{u \rightarrow +\infty} \frac{10u + 15}{2u + 6} =$$

$$(F1) \lim_{u \rightarrow +\infty} \frac{u}{u} \frac{10 + \frac{15}{u}}{2 + \frac{6}{u}} = \lim_{u \rightarrow +\infty} \frac{10 + \frac{15}{u}}{2 + \frac{6}{u}} \stackrel{\text{VOAL}}{=} \frac{\lim_{u \rightarrow +\infty} (10 + \frac{15}{u})}{\lim_{u \rightarrow +\infty} (2 + \frac{6}{u})} =$$

$$= \frac{10}{2} = 5$$

Komentář:

Pakliže řešíte limitu, musíte si uvědomit, co to vlastně znamená - řešíme-li limitu posloupnosti, zajímá nás, zda-li po přechodu  $n \rightarrow +\infty$  posloupnost někam konverguje, či naopak diverguje. Limitu proto musíte psát všude a to až do bodu, kdy limitu evaluujete, tzn. kdy skutečně provádíte přechod a "dosazujete" za  $n$ -ko nekonečno. Často Vám  $\lim_{n \rightarrow +\infty}$  vypadávalo, anebo ho naopak píšete i po dosazení, např. níže:

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{10 + \frac{15}{n}}{2 + \frac{6}{n}} \stackrel{\text{VOAL}}{=} \frac{\lim_{n \rightarrow +\infty} 10 + \frac{15}{n}}{\lim_{n \rightarrow +\infty} 2 + \frac{6}{n}} = \lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{10}{2}$$

Psát limitu v posledním kroku už nedává smysl, neboť jsme již limitní přechod provedli.

Komentář:

Druhým nešvarem, který stojí za zmínku je následující situace, kdy studenti správně algebraicky roznásobili čítele, ale již neodečetli kvadratické členy/upravili čítelel - použili Fintu 1 již v tomto bodě a vytkli v čitateli  $n^2$ , ve jmenovateli  $n$ , použili Větu o aritmetice limit a získali

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} n \cdot \lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{1 + \frac{8}{n} + \frac{16}{n^2} - 1 - \frac{2}{n} + \frac{1}{n^2}}{2 + 6n} = +\infty \cdot 0,$$

Věta je formálně použita správně, ale nesmíte zapomenout, že věta platí pouze pakliže výraz (v našem případě součin těchto dvou limit dávající  $\infty \cdot 0$ ) dává smysl, tzn. je **definovaný**. Součin  $\infty \cdot 0$  však definovaný není. V takovém okamžiku se musíte vrátit do bodu, kdy používáte VOAL a promyslet si, jak výraz lépe upravit a zvážit, zda použitá finta byla vhodná (v tomto případě studenti prostě měli nejdříve upravit čítelel, jak to jen šlo).